#### Лекция №12

* + 1. **Общая постановка задачи динамического программирования.** Имеется физическая система *S* ; она с течением времени меняет своё состояние, т.е. в *S* происходит какой-то *процесс*. Этим процессом

можно *управлять*, т.е. влиять на состояние системы. Такая система

называется *управляемой системой*, а способ воздействия на неё –

*управлением* (*U*). Очевидно, что

E  EU, (3.1)

где Е – выигрыш (характеризует нашу заинтересованность от процесса).

(I) Необходимо найти такое управление (оптимальное)

U  u,

под воздействием которого система переходит из начального состояния *S*0 в

конечное *S*

и при этом достигается максимум Е, т.е.

*E*  max*E**U* 

*U*

(3.2)

Вместо точек в качестве начала и конца процесса могут быть заданы

и

S

некоторые области ~

S0

Следовательно,

~ начального и конечного состояний.

~



S0 *S*0

~

 *S* .

и S 

Приведенного формулировка есть формулировка общей задачи оптимизации управления физической системой, которая более строже формулируется так:

*Из множества возможных управлений U найти такое оптимальное*

*управление u, которое переводит физическую систему S из начального*

*состояния* S0



~ *в конечное состояние*

~

 *S*

S 

*так, чтобы при этом*

*выигрыш Е обращался в максимум*.

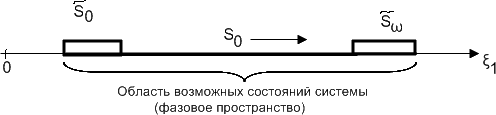
*S*0

###### Интерпретация управления в фазовым пространстве

Дадим приведенной выше задаче геометрическую интерпретацию.

Состояние системы можно описать всегда с помощью определенного количества *численных параметров* (координаты тела и его скорость; количества средств, вложенных в отрасль производства и т.д.). Такие числовые параметры будем в дальнейшем обозначать через 1 ,2 ,...

Эти параметры – *фазовые координаты* системы *S* , а её состояние изображается точкой в фазовом пространстве (пространстве состояний):



Одномерное фазовое пространство. Управление интерпретируется

~

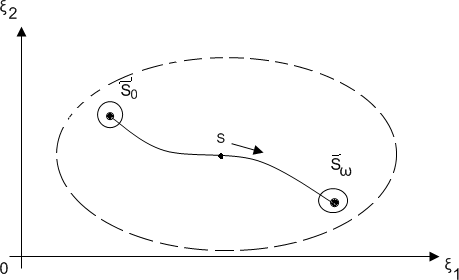


законом движения точки S из S0 *S*0

~

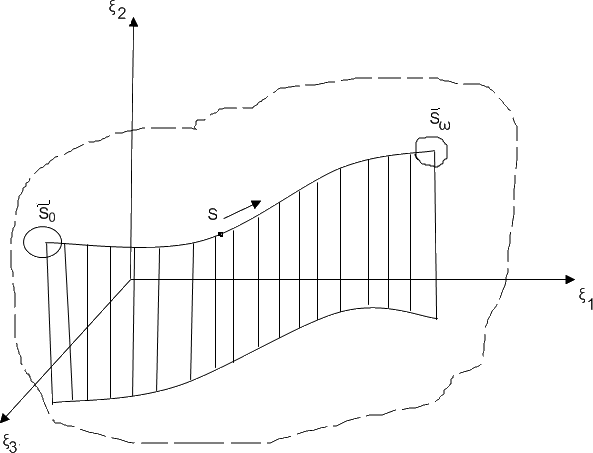
 *S* .

в S 



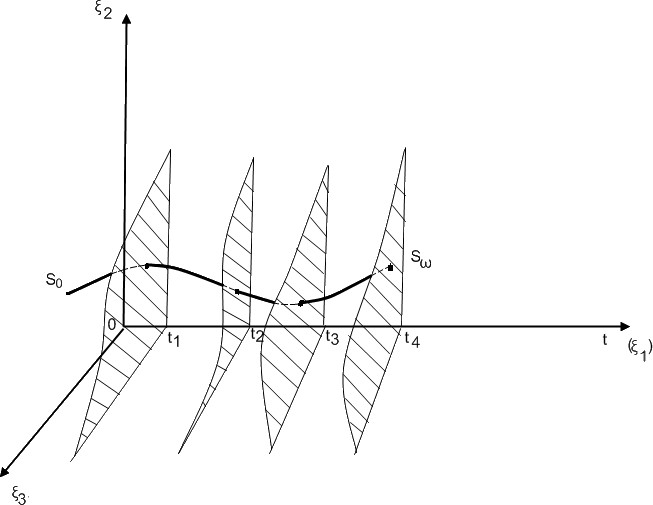
Двумерное фазовое пространство (плоскость или её часть). Например,

1-скорость, 2-высота.



Трехмерное фазовое пространство (1, 2, 3).

Если число параметров n, т.е. 1, 2, …, n, то S – есть состояние – точка в n-мерном фазовом пространстве.

Иногда в качестве одной из фазовых координат, характеризующих состояние (S) системы, бывает удобно выбрать время t, протекшее с начала процесса; тогда этапы (шаги) будут наглядно видны в фазовом пространстве как перемещения точки S с одной из плоскостей (гиперплоскостей) t=const на другую.

Если фазовые координаты 1, 2, …, определяющие состояние системы выбраны, то общая задача управления *в геометрических терминах* формулируется так:

*Найти такое управление u (оптимальное управление), под влиянием*

*которого точка S фазового пространства переместится из начальной*

*области*

~ *в конечную область*

~ *так, что при этом выигрыш Е*

*обратится в максимум.*

S0

S

Сформулированную задачу можно решать различными способами – не только методом ДП. Однако характерным для ДП является определенный

*методический приём*, состоящий в следующем: процесс (операция)

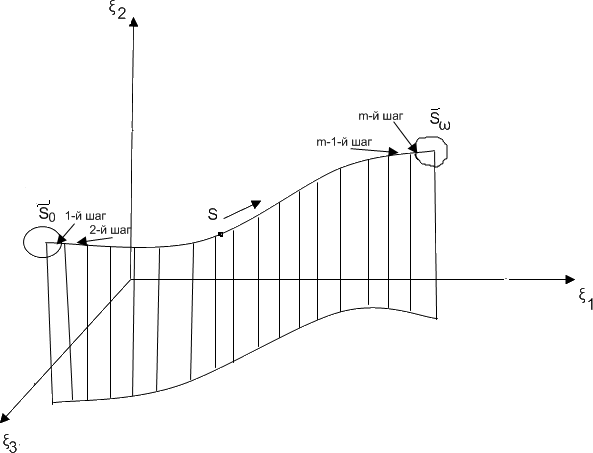
перемещения точки S из ~ ~ разделяется на несколько шагов и затем

в

S

S0

проводится пошаговая оптимизация управления и выигрыша (см. рис. ниже)



Методический приём ДП.

###### Процедура построения оптимального управления методом ДП.

Процедура построения оптимального управления методом ДП состоит из двух стадий: *предварительной* и *окончательной*. На предварительной стадии определяется для каждого шага условное оптимальное управление, зависящее от состояния *S* системы *S* (достигнутого в результате

предыдущих шагов), и условный оптимальный выигрыш на всех оставшихся шагах, начиная с данного, также зависящий от состояния S.

На окончательной стадии определяется для каждого шага окончательное (безусловное) оптимальное управление.

*Предварительная* (*условная*) оптимизация проводится по шагам, в обратном порядке: от последнего шага к первому. *Окончательная* (*безусловная*) оптимизация – также по шагам, но в естественном порядке: от первого шага к последнему. Наиболее трудная – стадия предварительной оптимизации.

В основе пошаговой процедуры лежит **принцип оптимальности Беллмана**: *каково бы ни было состояние системы S в результате какого-то числа шагов, мы должны выбирать управление на ближайшем шаге так, чтобы оно, в совокупности с оптимальным управлением на всех последующих шагах, приводило к максимальному выигрышу на всех оставшихся шагах, включая данный.*

###### Контрольные вопросы

1. Сформулируйте математическую постановку общей задачи оптимизации управления физической системой.
2. Проведите геометрическую интерпретацию управления в фазовом пространстве (для задачи пункта 1).
3. Опишите характерный методический прием ДП при решении задач оптимизации управления.
4. Какова процедура построения оптимального управления методом ДП? Опишите её.